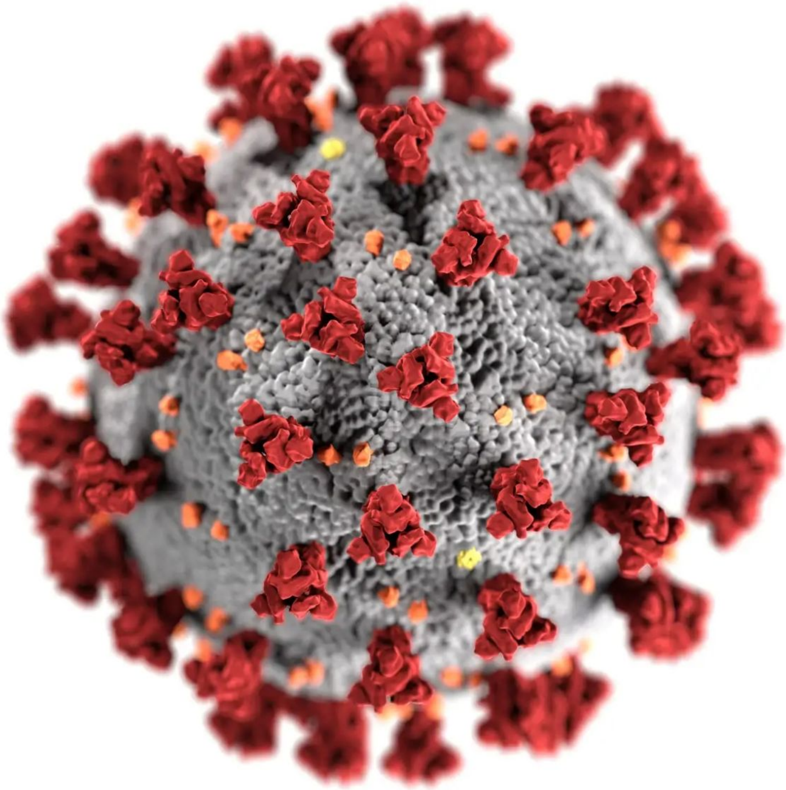
Introdução à Epidemiologia Matemática

Introdução

A modelagem matemática tem sido cada vez mais reconhecida na comunidade de saúde pública como uma importante ferramenta utilizada no controle de doenças infecciosas. Modelos matemáticos são amplamente utilizados em estratégias de controle de doenças como tuberculose, AIDS, influenza, dengue, etc. A modelagem matemática possibilita a compreensão dos mecanismos pelos quais as doenças se espalham, permitindo a determinação de medidas para controle ou erradicação das mesmas.

Endêmica, epidêmica, pandêmica?

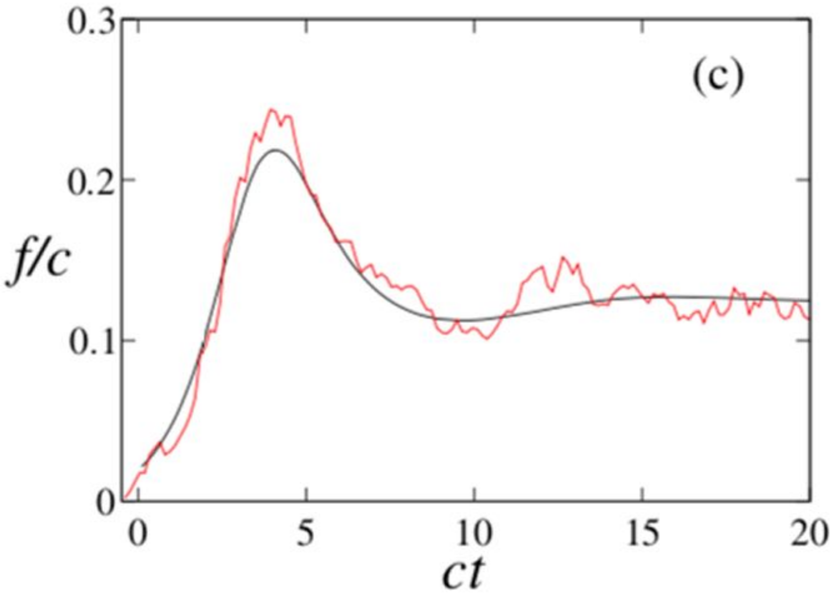


Tipos de modelos epidêmicos

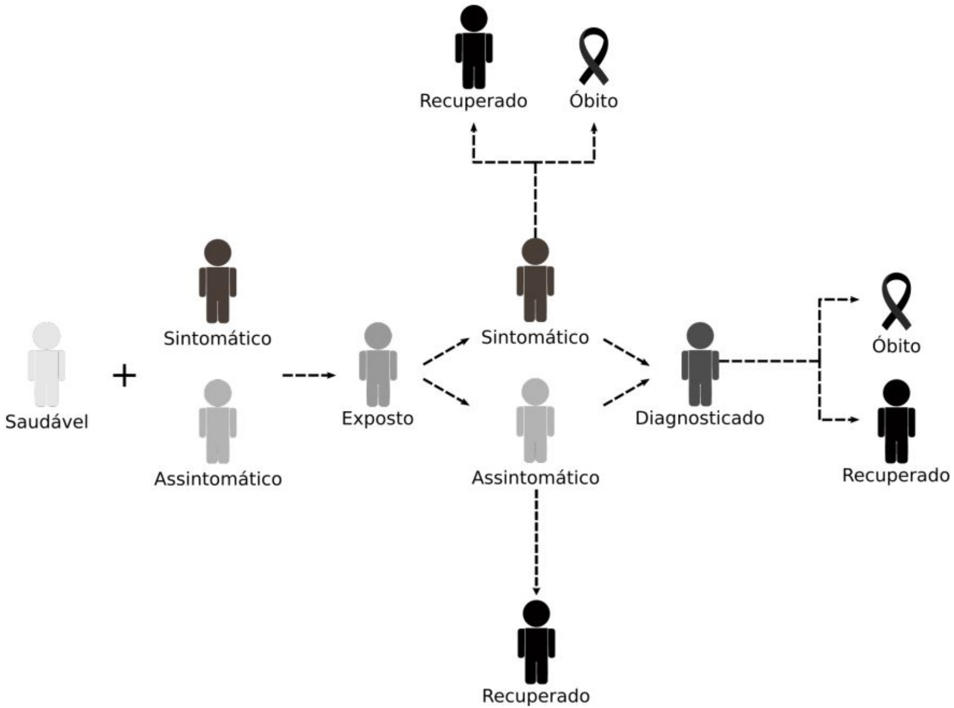
Quando estamos tratando de doenças infecciosas existem dois modelos mais comumente utilizados, os estocásticos e os compartimentais determinísticos.

Modelos Estocásticos.

Modelos Compartimentais Determinísticos.



Modelos Compartimentais



$\mu =$ taxa de recuperação da doença,

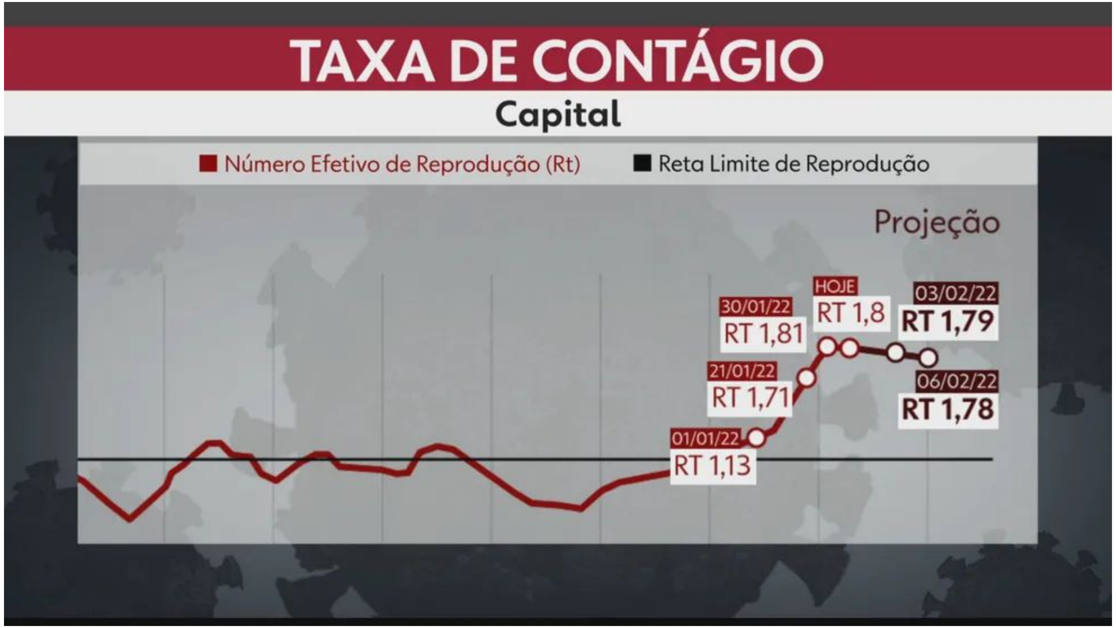
$\beta =$ taxa de transmissão da doença,

$\gamma =$ taxa de recuperação da doença.

Números de reprodução viral, R_o E R_t

Número básico de reprodução R_0.

Número reprodutivo efetivo R_t ou R_e.



Modelo Suscetível-Infectado (SI)

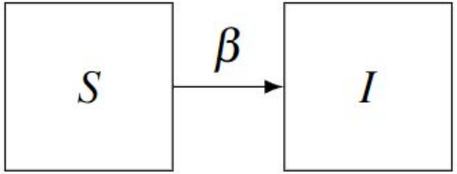


Figura 1: Diagrama do modelo SI.

Fonte: Produção do próprio autor.

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI,$$
$$\frac{dI}{dt} = \beta SI,$$

μ = taxa de recuperação da doença,

β = taxa de transmissão da doença,

γ = taxa de perda de imunidade do indivíduo.

Modelo Suscetível-Infectado-Suscetível (SIS)

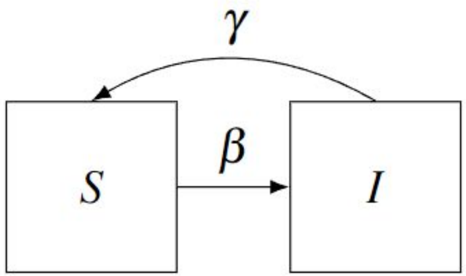


Figura 2: Diagrama do modelo SIS.

Fonte: Produção do próprio autor.

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI + \gamma I,$$
$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I,$$

μ = taxa de recuperação da doença,

β = taxa de transmissão da doença,

γ = taxa de perda de imunidade do indivíduo.

Modelo Suscetível-Infectado-Removidos (SIR)

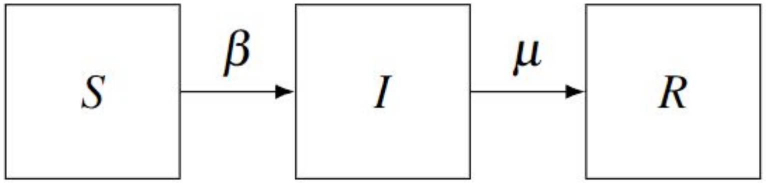


Figura 3: Diagrama do modelo SIR.

Fonte: Produção do próprio autor.

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI,$$
$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \mu I,$$
$$\frac{dR}{dt} = \mu I,$$

μ = taxa de recuperação da doença,

β = taxa de transmissão da doença,

γ = taxa de perda de imunidade do indivíduo.

Métodos de Runge-Kutta

Imagine que você está dirigindo um carro e quer saber como a velocidade do carro muda com o tempo. Você pode usar uma equação diferencial para descrever isso. Vamos chamá-la de "dv/dt", onde "v" é a velocidade do carro e "t" é o tempo.

Agora, o método de Runge-Kutta nos ajuda a resolver essa equação para encontrar a velocidade do carro em diferentes momentos no tempo.

Como resolvemos:

- Divida o tempo em pequenos passos.
- Estime a mudança na velocidade.
- Repita o processo.

Estudo gráfico

As figuras 1, 2 e 3 mostram as soluções dos modelos considerando os parâmetros $\mu = 1/3.47$ e $\beta = 1.12$ e $\gamma = 0.1$.

A população inicial de infectados, $I(0)$, para todos os modelos é 1% da população total.

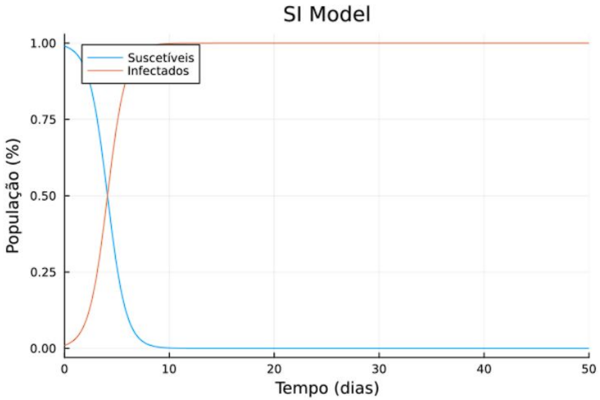


Figura 1: Representação do modelo do SI no tempo.

Fonte: Produção do próprio autor.

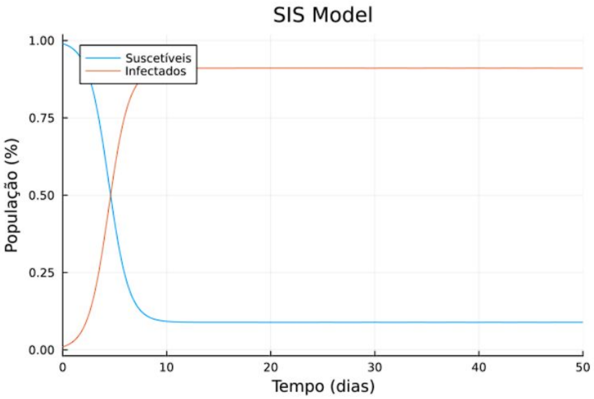


Figura 2: Representação do modelo do SIS no tempo.

Fonte: Produção do próprio autor.

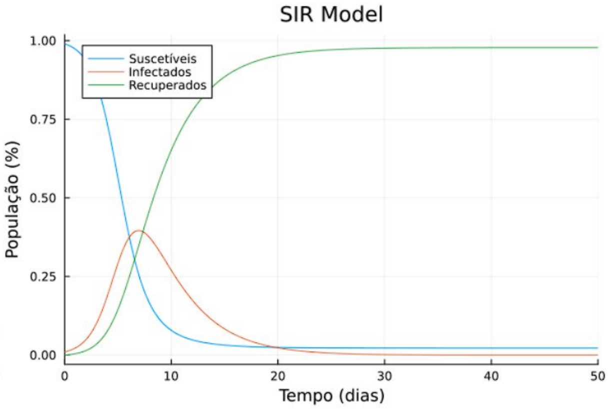
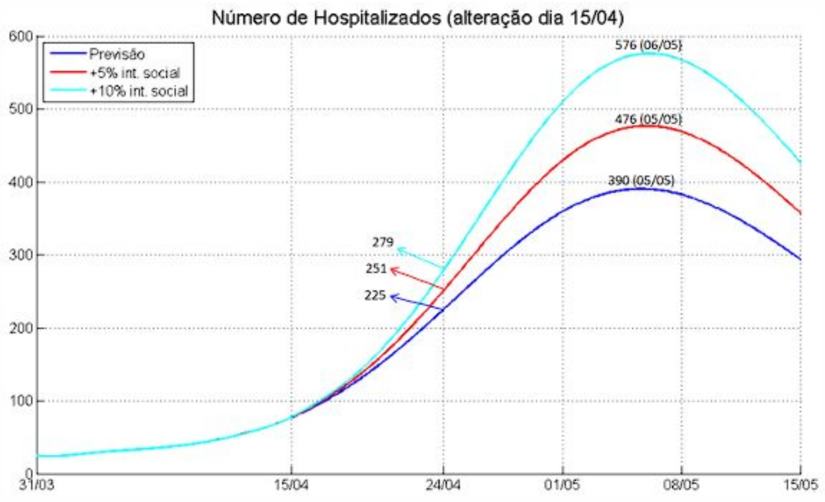


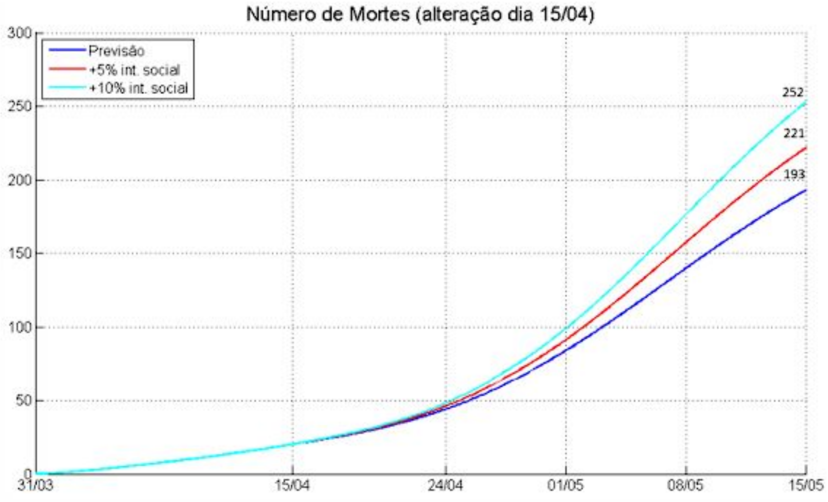
Figura 3: Representação do modelo do SIR no tempo.

Fonte: Produção do próprio autor.

Estudo gráfico



Fonte: SESA; Data de referência das projeções: 15/04/2020



Fonte: SESA; Data de referência das projeções: 15/04/2020